

هوالمعلم

جزوه درس ریاضی (۲)

رشته علوم تجربی

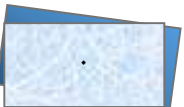
پایه یازدهم دوره دوم متوسطه

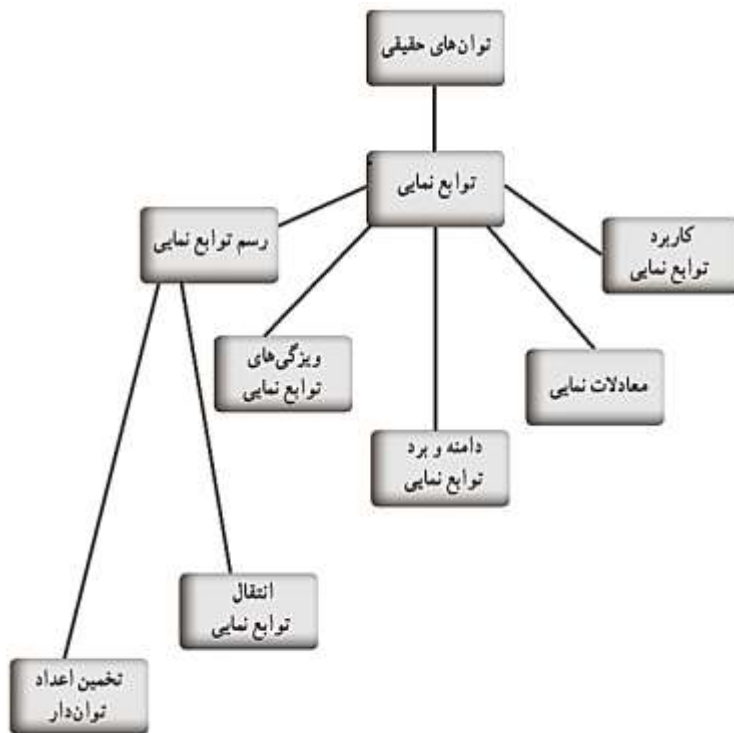
تهیه کننده: محمدمهدی صادقی

فصل پنجم

توابع نمایی و لگاریتمی

نمودار مطالب درس اول



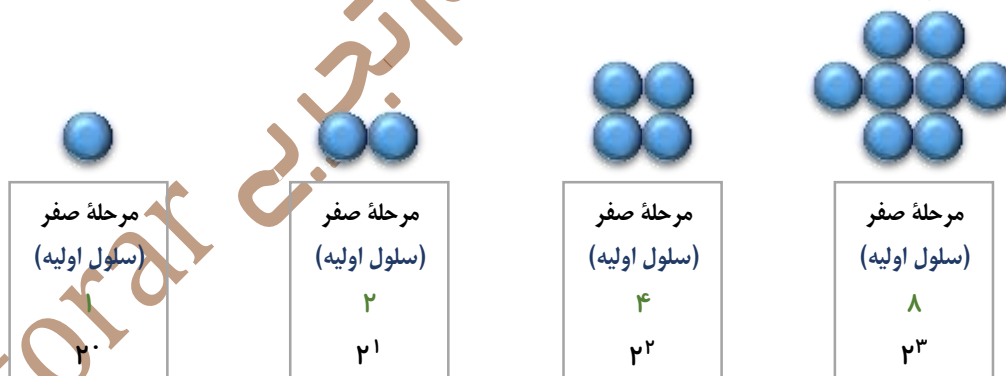


آن

تابع نمایی و ویژگی‌های

تابع نمایی برای توصیف و مدل‌سازی بسیاری از پدیده‌های طبیعی و به‌ویژه مسائل رشد و زوال استفاده می‌شود. آشنایی با مفهوم تابع نمایی به‌عنوان یکی از انواع توابع در ریاضیات، برای فهمیدن بسیاری از مفاهیم ریاضیات و فیزیک و از جمله «شدت زلزله»، «شدت صدا»، «قدمت یک شیء» لازم و ضروری است. به‌عنوان مثال‌هایی از توابع نمایی می‌توان به «شارژ شدن و تخلیه خازن‌ها»، «تعداد مسابقات جام حذفی فوتبال»، «پرسیدن و تخلیه مخزن گازها» و ... نیز اشاره کرد.

مثالی از کاربردهای تابع نمایی در زیست‌شناسی:



$$y = 2^n$$

شماره مرحله

سؤال: تعداد سلول‌ها در مرحله‌های پنجم و هشتم چند تا است؟

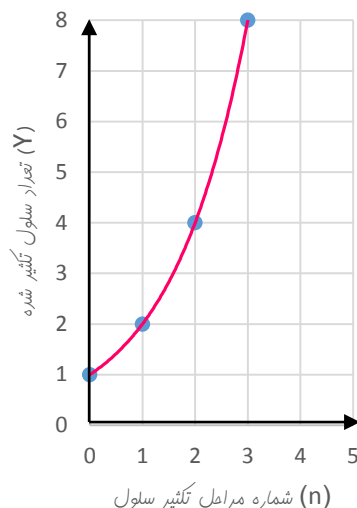
$$2^5 = 32 \quad \text{و} \quad 2^8 = 256$$

سؤال: تعداد سلول‌ها در کدام مرحله ۲۰۴۸ تا است؟

$$2^n = 2048 \rightarrow 2^n = 2^{11} \rightarrow n = 11$$

سؤال: نمودار تابع تکثیر سلولها $y = 2^n$ را رسم کنید.
 پاسخ: ابتدا جدول مقادیر را برای رسم نمودار تشکیل می‌دهیم. و سپس نمودار را رسم می‌کنیم.

	A	B	C	D
n	۰	۱	۲	۳
$y = 2^n$	۱	۲	۴	۸



به توابعی مثل $y = 2^x$ یک تابع نمایی گفته می‌شود.
 در این تابع فقط نمای تابع متغیر است.

یادآوری قوانین توان‌های حقیقی:

اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت و مخالف ۱ و x و y دو عدد حقیقی باشند، داریم:

$$a^0 = 1 \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad (a^x)^y = a^{xy}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

مثال:

$$5^0 = 1 \quad 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \quad 2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 \quad (5^2)^4 = 5^{2 \times 4} = 5^8$$

$$(2 \times 4)^3 = 2^3 \times 4^3 \quad \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} \quad \frac{4^5}{4^3} = 4^{5-3}$$

برای حل معادلات نمایی از خاصیت یک‌به‌یک بودن تابع نمایی استفاده می‌کنیم.

اگر a یک عدد حقیقی مثبت مخالف ۱ باشد و داشته باشیم $a^x = a^y$ آنگاه $x = y$ و برعکس.

مثال: معادله‌های نمایی زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } 3^{2x-3} = 81 \rightarrow 3^{2x-3} = 3^4 \rightarrow 2x - 3 = 4 \rightarrow 2x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$\text{ب) } 4^{3x+2} = \frac{1}{64^3} \rightarrow 4^{3x+2} = \frac{1}{(4^3)^3} = \frac{1}{4^9} \rightarrow 4^{3x+2} = 4^{-9} \rightarrow 3x + 2 = -9 \rightarrow x = \frac{-11}{3}$$

پیش نمایش فصل ۵ ریاضی یازدهم تجربی @torar

لگاریتم:

$$\log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x$$

مبنا

پایه

جواب لگاریتم

نکته ۲: در تعریف لگاریتم، مبنا همواره عددی مثبت و مخالف ۱ در نظر گرفته می‌شود، زیرا توان رسانی به توان اعداد دلخواه فقط با پایه مثبت قابل تعریف است.